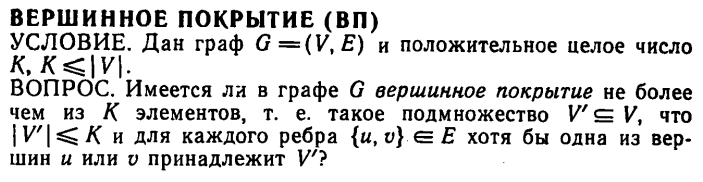
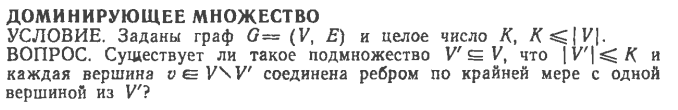
**Задача о доминирующем множестве**

Для решения задачи приведем сведение от задачи о вершинном покрытии к задаче о доминирующем множестве.

Задача о вершинном покрытии:

Задача о доминирующем множестве:

**Решение:**

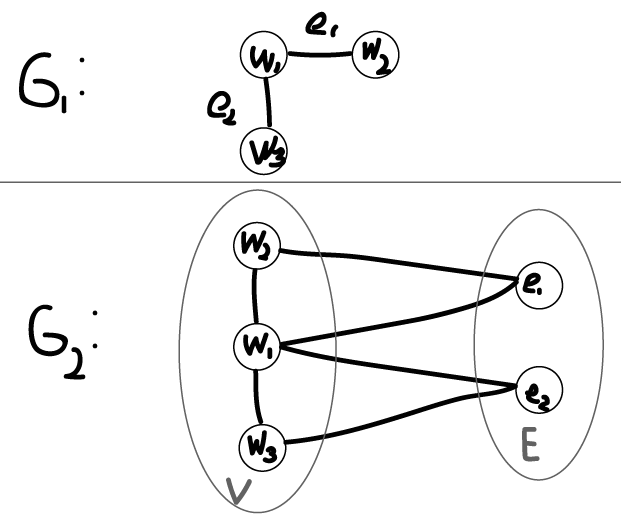
**1)**

Зададим функцию перехода от задачи о вершинном покрытии к задаче о доминирующем множестве:

Где – экземпляр задачи о вершинном покрытии, а – экземпляр задачи о доминирующем множестве.

Для задания функции построим на основе : в добавим все вершины (будем называть просто ), а также вершины, соответствующие ребрам (если ребро соединяет две вершины из, то вершину, соответствующую ей, сделаем инцидентной этим двум вершинам). Множество вершин построенных на основе ребер назовем .

Приведем пример:

Теперь, если в существует вершинное покрытие (каждое ребро графа соединяется хотя бы с одной вершиной из ), то и все вершины из будут соединены хотя бы с одной вершиной из в графе . А чтобы вершины из были соединены с соединим их все между собой (сделаем полным подграфом)

После этих манипуляций, если в существует вершинное покрытие , то в будет существовать доминирующее множество равное (те же вершины подграфа ).

**2)**

Теперь покажем, что если выходная задача имеет положительное решение, то и исходная задача тоже.

Положим существует доминирующее множество , мощности содержащее вершины из построенного нами E (то есть не соответствующее изначальным вершинам), покажем, что тогда существует множество такой же мощности , причем и является доминирующим множеством.

Пусть – вершина из и , тогда по построению инцидентно двум вершинам из : назовем их и . Заменим на другую вершину , такую, что полученное множество останется доминирующим множеством. Для этого:

1. должно принадлежать
2. e должно остаться инцидентно любой вершине из
3. и должны либо остаться инциденты вершине из либо сами войти в это множество.

Под эти условия подходит как , так и (на примере ):

* инцидентно
* инцидентно (так как по построению является кликой)

Таким образом выбрав для каждой вершины замену, получим , причем является доминирующим множеством.

Теперь покажем, что вершины являются вершинным покрытием из задачи (.

По построению каждому ребру из соответствует вершина в выходном графе, а т.к. доминирующее множество, то инцидентно какой-либо вершине из . Это значит, что каждое ребро е покрывается множеством является вершинным покрытием, причем из положительного решения задачи следует решение ,

Итог: